



Intelligenza numerica e abilità di calcolo

Nicoletta Perini

Longarone, 10/4/2013

Segnalazione di:

- 5 bambini per classe con difficoltà di calcolo
 - 5 - 7 bambini per classe con difficoltà di soluzione dei problemi
- ... considerando che in ogni classe ci sono mediamente 25 alunni
+ 20% della popolazione scolastica



IARLD (*International Academy for Research in Learning Disabilities*)

- 2,5 % della popolazione scolastica presenta difficoltà in matematica in comorbilità con altri disturbi
- *Discalculia* evolutiva: 0,5 – 1%

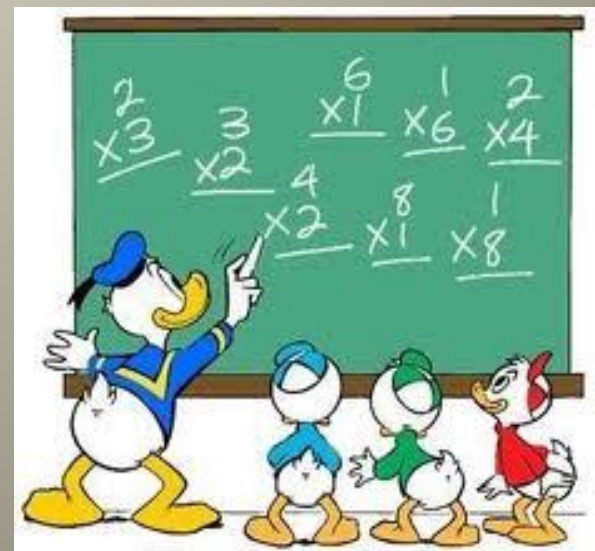


19 % della popolazione scolastica = falsi positivi

Nell'apprendimento matematico si intersecano diversi aspetti:

- la rappresentazione della quantità è sottesa a tutte le aree della matematica
- la soluzione di problemi e la geometria richiedono normalmente operazioni di calcolo
- il calcolo richiede la comprensione dell'operazione.

Le scienze cognitive non parlano di una difficoltà in matematica in generale ma cercano di capire i processi implicati in ogni dominio specifico!!!



COGNIZIONE NUMERICA

CALCOLO

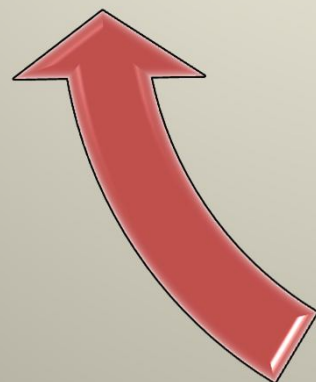
PROBLEM SOLVING



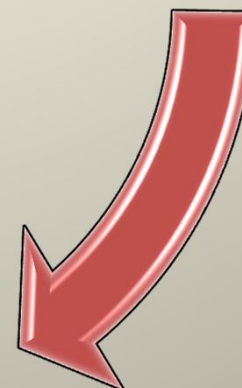
Intervento
dominio specifico



Conoscenza dei
processi mentali
coinvolti



Osservazione
Valutazione



Le strategie didattiche per i bambini in difficoltà vanno bene anche per gli altri,
ma non è vero il contrario!





SVILUPPO DELL'INTELLIGENZA NUMERICA

Le abilità aritmetiche

- Saper leggere e scrivere i numeri
- Contare oggetti in un insieme
- Calcolare attraverso le quattro operazioni
- Applicare queste abilità sul denaro
- Dire orari e date
- Trovare una certa pagina in un libro
- Selezionare il canale televisivo

Il processo di acquisizione di tali strumenti aritmetici è supportato soltanto da capacità cognitive generali (ragionamento, memoria a breve termine, abilità spaziali)?
Oppure abbiamo capacità numeriche innate?



Comprendere il principio di corrispondenza uno a uno

Comprendere che gli insiemi di oggetti hanno una numerosità e che questa si può manipolare

Comprendere che gli insiemi sono composti di elementi non necessariamente visibili

Riconoscere piccole quantità senza contare

MATEMATICA

Numerosità

La cardinalità di un insieme di elementi

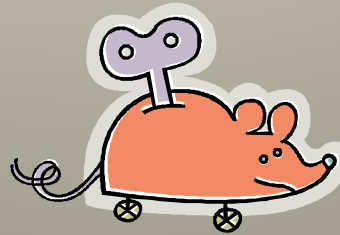
Le consuete operazioni aritmetiche dell'addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione possono essere definite in termini di operazioni su insiemi e sulla loro numerosità.

Il processo di acquisizione di tali strumenti aritmetici è supportato soltanto da capacità cognitive generali (ragionamento, memoria a breve termine, abilità spaziali)?
Oppure abbiamo capacità numeriche innate?





Secondo diversi studi, sia gli animali che i neonati sono capaci di riconoscere le quantità numeriche e sono in grado di distinguere gruppi di oggetti in base alla numerosità.



Gallister e Gelman (1992)

hanno ipotizzato che la conoscenza numerica abbia delle **basi diverse ed indipendenti** da quelle che coinvolgono le **competenze linguistiche**.

DISCRIMINAZIONE DI QUANTITA'

- I neonati sono in grado di discriminare insiemi di diversa numerosità.

Antell e Keating (1983)

Starkey, Spelke e Gelman (1990)

Van Loosbroek e Smitsman (1990)

ASPETTATIVE ARITMETICHE

- Il possesso del concetto di numerosità implica molto di più: il bambino di pochi mesi di vita non solo discrimina 2 insiemi in base al numero di elementi contenuti, ma possiede anche aspettative aritmetiche basate sul concetto di numerosità

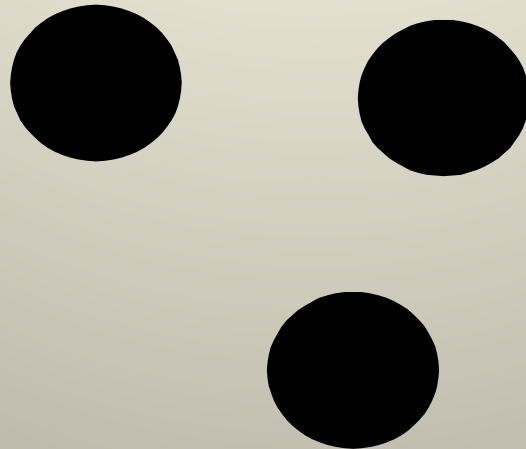
Wynn (1992)

Neonati e bambini di pochi mesi di vita sono in grado di percepire la numerosità di un insieme visivo di oggetti in modo immediato, senza contare.

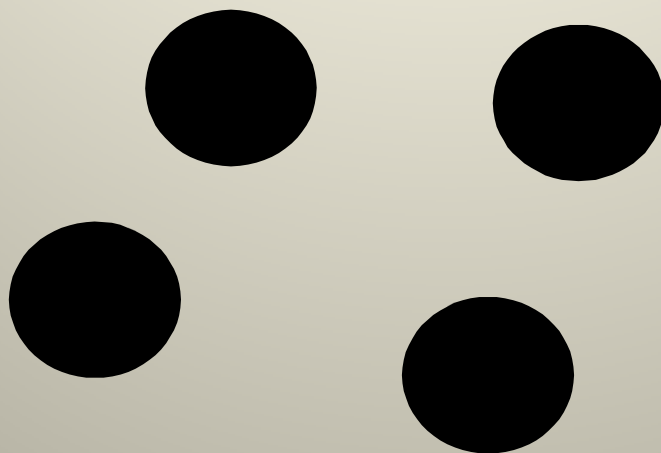
La capacità di percepire la numerosità di un insieme visivo di oggetti in modo immediato si chiama SUBITIZING.



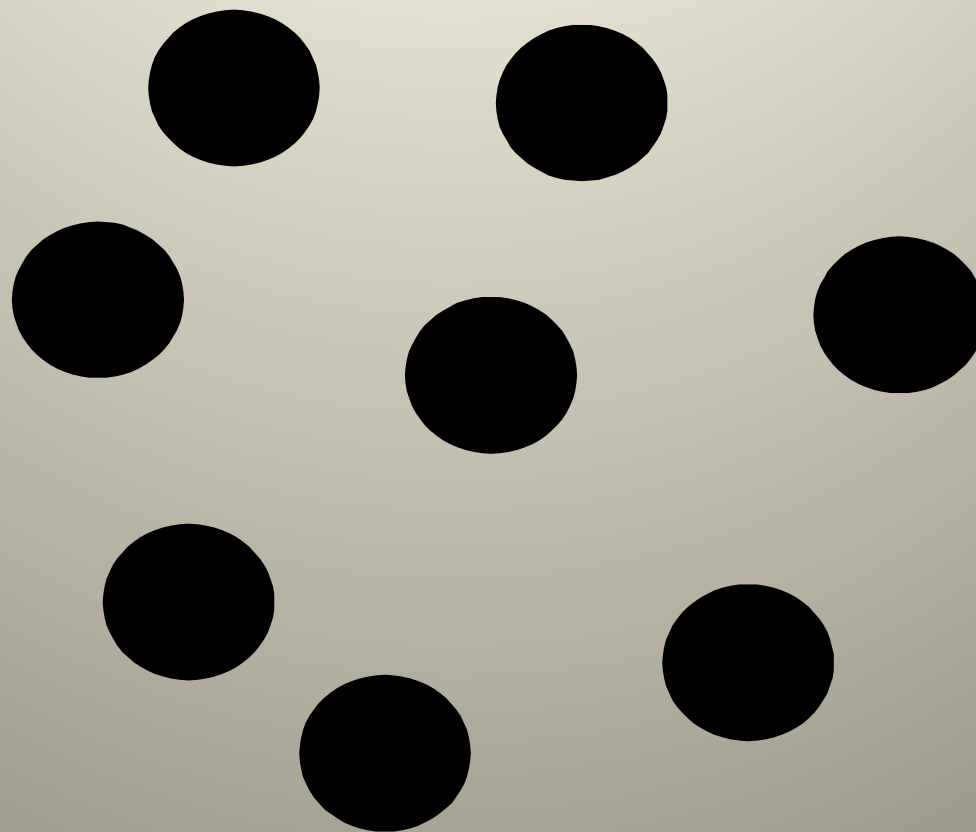
Quanti sono?



Quanti sono?



Quanti sono?



Questo processo “funziona” con un massimo di circa 4 elementi.

Quanto maggiore è il numero di elementi tanto meno preciso è il processo di identificazione numerica. In questo caso si parla di

STIMA DI GRANDEZZA.

Riassumendo...

Questi dati ci dimostrano che

L'intelligenza di quantità è innata

**Si può parlare di Intelligenza Numerica,
cioè...**

L'intelligenza numerica è..

La capacità di manipolazione di "intelligere" le quantità-
ovvero manipolare, capire, ragionare, attraverso il complesso
sistema cognitivo dei numeri e delle quantità.

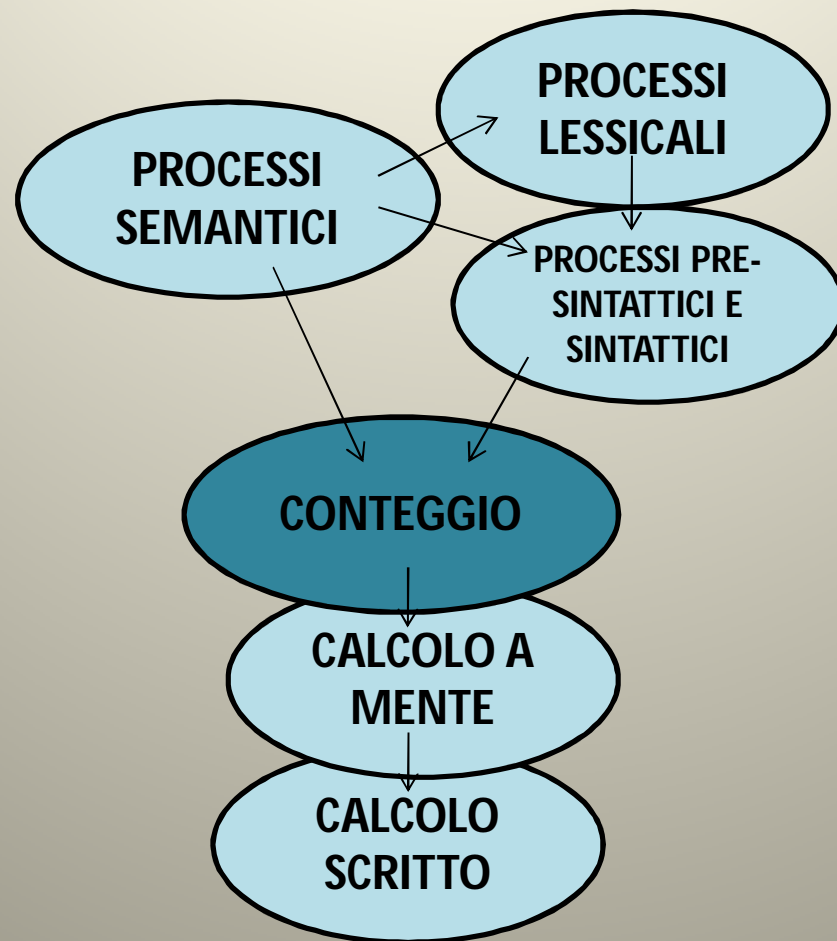
Butterworth (1999; 2005):

- È sostenitore della tesi innatista del “cervello matematico”. Il Modulo Numerico (circuiti cerebrali specializzati) ha la funzione di classificare il mondo in termini di quantità numerica o numerosità
- Paragona la percezione della numerosità alla percezione dei colori, entrambe i processi sono automatici
- “... la natura fornisce un nucleo di capacità per classificare piccoli insiemi di oggetti nei termini della loro numerosità ... per capacità più avanzate abbiamo bisogno dell’istruzione, ossia di acquisire gli strumenti concettuali forniti dalla cultura in cui viviamo”

Il conteggio

In che modo i bambini imparano a contare?





Natura vs Cultura

- «la natura fornisce un nucleo di capacità per classificare piccoli insiemi di oggetti nei termini delle loro numerosità [...] per capacità più avanzate abbiamo bisogno dell'istruzione, ossia di acquisire gli strumenti concettuali forniti dalla cultura in cui viviamo»
Butterworth (1999)



Lo sviluppo delle abilità di conteggio

- **Gelman e Gallistel (1978)**, hanno elaborato la "teoria dei principi di conteggio" secondo la quale l'acquisizione dell'abilità di conteggio verbale è guidata dalla conoscenza innata di alcuni principi basati sulla competenza numerica non verbale.

Quante sono?



Ogni bambino avrà la sua caramella?



Quante sono?



Quante sono?



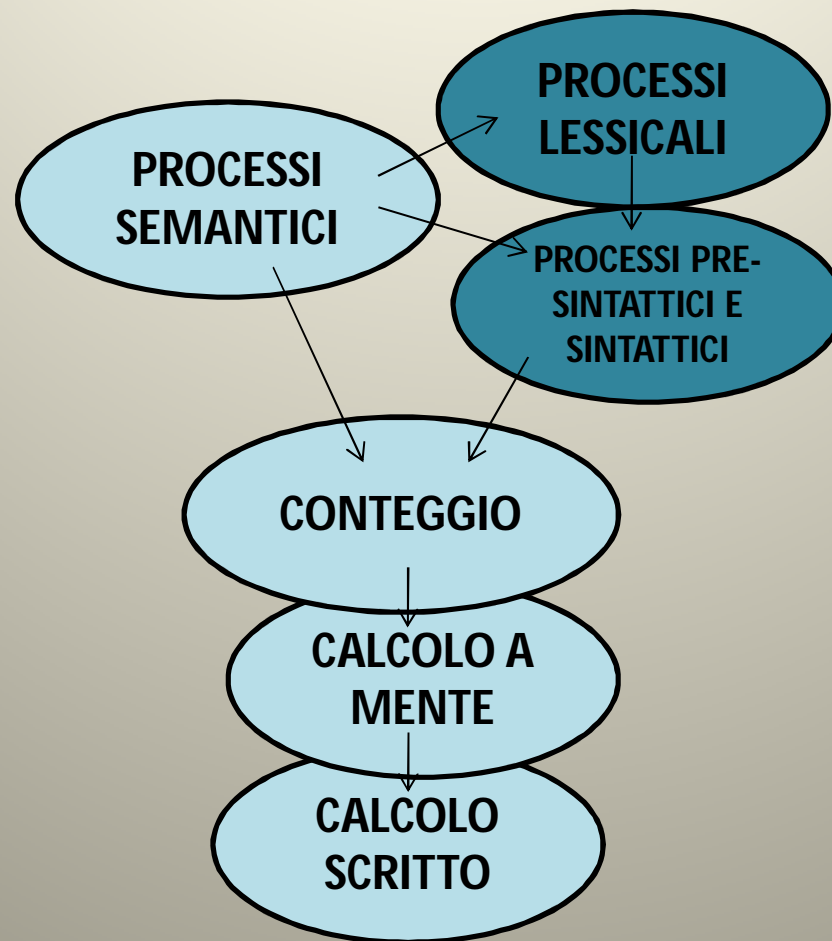
Il conteggio (2-6 anni)

- Il concetto di numero si evolve nell'acquisizione di alcuni principi:
- **1. Corrispondenza biunivoca** (ad ogni elemento dell'insieme deve corrispondere una sola parola-numero e viceversa);
- **2. Il principio dell'ordine stabile** (le parole-numero devono essere ordinate in una sequenza fissa e inalterabile);
- **3. Il principio della cardinalità** (l'ultima parola-numero usata nel conteggio rappresenta la numerosità dell'insieme).

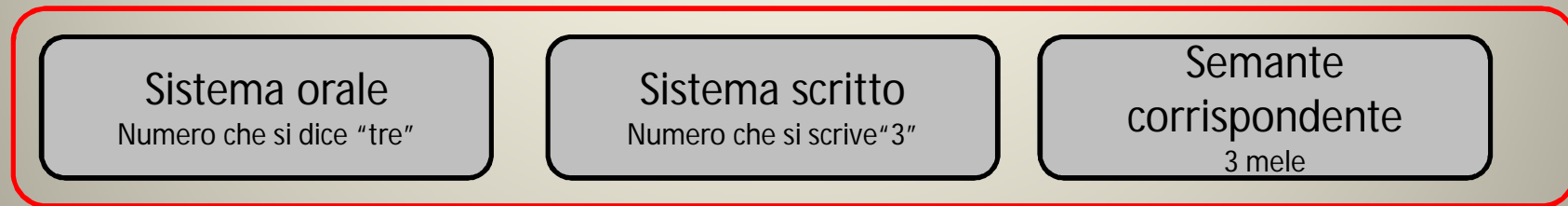
Leggere e scrivere i numeri

In che modo i bambini imparano a leggere e scrivere i numeri?





Lo sviluppo della comprensione simbolica (Bialystock)



La comprensione avviene secondo questi stadi:

1. L'apprendimento delle *notazioni orali dei numeri*

I bambini recitano la sequenza appresa, ma non sanno distinguere gli elementi sia nella scrittura sia nel semante corrispondente

2. La *rappresentazione formale*

La capacità di riconoscere il nome verbale e la scrittura corrispondente al numero risultano integrate

3. La *rappresentazione simbolica*

La rappresentazione formale (nome e scrittura del numero) è integrata al riconoscimento della quantità corrispondente

Come la mente si rappresenta il numero?

Tre distinte rappresentazioni numeriche con codici:

Visivo – arabico

Verbale (lessicale, fonologico e sintattico)

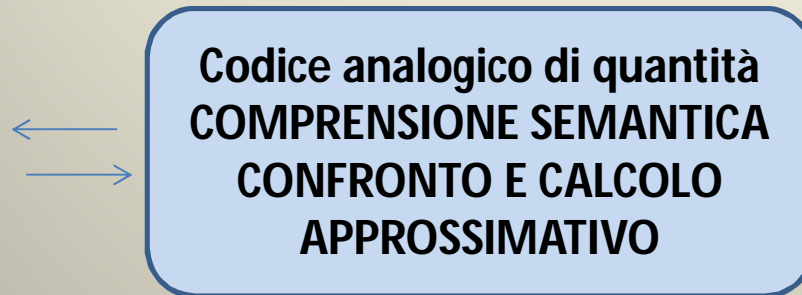
Analogico

Ciascun codice è legato a specifici processi di input /output e implicato in specifiche abilità numeriche.

Il passaggio da un codice all'altro richiede la TRANSCODIFICA di input/output.

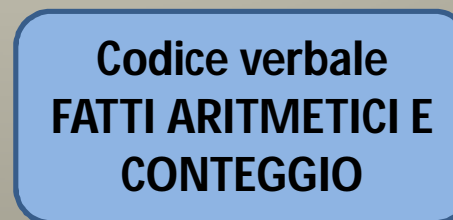
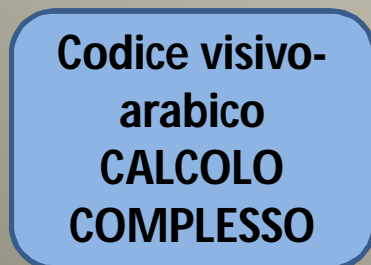
Il modello del triplo codice (Dehaene e Cohen, 1995)

Processi di
Subitizing e
stima
Compiti di
comprensione
semantica



*Operazioni non
simboliche indipendenti
dal tipo di input
Rappresentazione
semantica del N.
Linea numerica*

*Calcolo approssimato e mentale complesso:
spazio mentale visivo sul quale manipolare i
numeri, attiva regioni neuronali attive
nell'elaborazione analogica*



Processamento di
Output verbale
Input uditivo
Compiti lessicali
e sintattici

*Via a-semantica
o diretta*

Processamento di n. arabi – compiti
lessicali e sintattici

La semantica = il significato numerico dei numeri

- La grandezza numerica è rappresentata in modo analogico e visuospatiale.
- Metafora della linea numerica mentale: l'ipotesi prevalente è che i numeri siano rappresentati in modo topografico (i numeri contigui sono fisicamente vicini) e ordinati per grandezza lungo una linea che, almeno nella cultura occidentale, è orientata da sinistra a destra.

LA LINEA NUMERICA MENTALE

Galton (XIX secolo): indagine su come persone normali si rappresentano i numeri:

- IMMAGINE VISIVA
- COLORATI
- DISPOSTI SU UNA LINEA DA SINISTRA A DESTRA



LINEA NUMERICA MENTALE



La sintassi (etimo = ordinare insieme) dei numeri

La COSTRUZIONE SINTATTICA dei numeri prevede l'unione di:

- **elementi lessicali primitivi** (numeri dall'1 al 9, le decine, numeri dall'undici al sedici)
- **miscellanei** ("cento", "mila", ...)

Il sistema numerico lega (sintassi) le cifre per mezzo di regole

- di tipo **additivo** ($23=20+3$)
- di tipo **moltiplicativo** ($2000 = 2 \times 1000$)

Integrandole si possono produrre tutti i numeri in \mathbb{N} ($223=2 \times 100+20+3$).

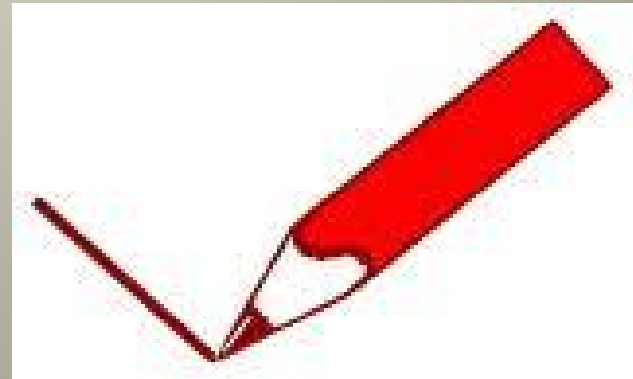
Il lessico: il “vestito verbale”, parlato e scritto, del numero

Riguarda la produzione di parole che definiscono correttamente il nome di ciascuna cifra contenuta in un numero.

Il problema, è che 4 non è sempre //quattro//, può essere //quaranta//, //quattromila// oppure nel 14 è //quattor//

Nelle prime fasi di apprendimento i nomi dei numeri si possono confondere e 4 è letto //sette//, 6 //nove//

ALCUNI ERRORI....



Per quanto riguarda gli **errori maggiormente commessi dai bambini nella lettura dei numeri**, si possono distinguere:

- **errori a livello di lessico numerico**, quelli cioè relativi alla produzione delle singole cifre, ma che non coinvolgono il loro posto all'interno del numero. Ad esempio: 4 / 7 leggo, scrivo o dico ad alta voce «sette» invece di «quattro»
- **errori di lettura a base sintattica**, quelli cioè dovuti a difficoltà nel riconoscimento delle posizioni delle cifre all'interno del numero, legati pertanto alla sintassi interna del numero stesso.

Ad esempio: 574 «cinquesettequattro»
20057 «duecentocinquantasette»

Errori Semantici

Metti in ordine questi numeri dal più piccolo al più grande:

CLASSE 5

ESEMPIO

360 175 276 194 → 175 194 276 360

255 20,5 25,5 205 → 205 20,5 25,5 255

3700 3007 3773 3037 → ~~3700~~³⁰³⁷ 3700 3007 3037

2250 2000 2001 5000 → 2000 2001 5000 2250

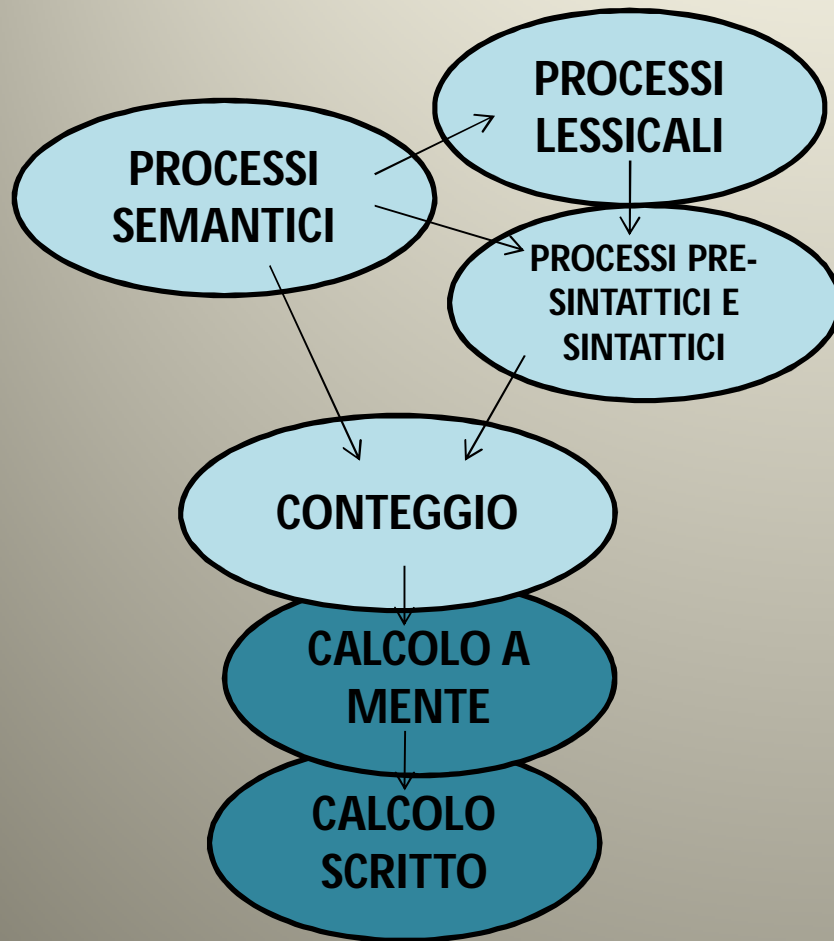
454 544 545 154 → 154 454 544 545

608 68,3 63,8 68,23 → 608 68,3 63,8 68,23



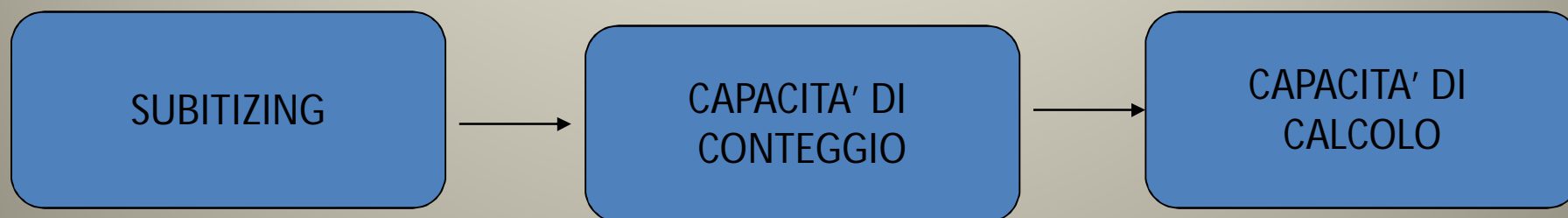
In che modo i bambini imparano a fare i calcoli?

I PROCESSI DI CALCOLO



I meccanismi di calcolo e manipolazione del sistema numerico possono avere origine solo nel momento in cui i meccanismi di riconoscimento pre-verbale della quantità si sono integrati con gli apprendimenti relativi ai sistemi di conteggio, lettura e scrittura di numeri arabi.

Il conteggio è la prima strategia che il bambino utilizza per svolgere semplici addizioni.



Prima di procedere all'insegnamento delle procedure di calcolo bisogna assicurarsi che abbia ben automatizzato la capacità di conta.

$$5+5$$

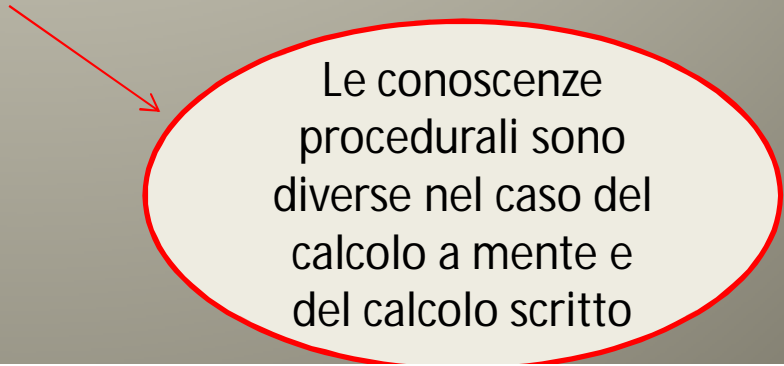
$$28+17$$

$$1228+135$$

La capacità di calcolo è l'insieme dei processi che consentono di operare sui numeri tramite operazioni aritmetiche

Nell'esecuzione di compiti aritmetici possono agire due tipi di strategie:

- a) Strategie basate sul recupero mnemonico (CONOSCENZE DICHIARATIVE)
- b) Strategie basate sui processi procedurali (CONOSCENZE PROCEDURALI)



Le conoscenze procedurali sono diverse nel caso del calcolo a mente e del calcolo scritto

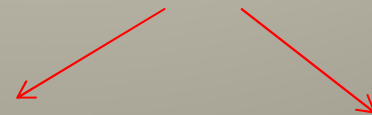
$$15+5$$

- Riconoscimento del segno
- Riconoscimento dei dati
- Recupero della memoria?



SI' → 20

NO → recupero delle regole procedurali
dell'addizione



Calcolo a
mente

Calcolo scritto

Il calcolo a mente

STRATEGIE DI SCOMPOSIZIONE:

Consentono di operare scomposizioni sui numeri per ottenere operazioni intermedie più semplici

Es. $17+5 \rightarrow 10+5+5+2 \rightarrow =22$



ALTRE STRATEGIE?

Il calcolo scritto

Le procedure ordinano la forma grafica della specifica operazione: l'incolonnamento dei numeri e la direzione spazio/temporale delle azioni

Si procede da destra verso sinistra, prima si effettua il calcolo delle unità, poi delle decine

Le decine si devono scrivere sotto le decine

$$\begin{array}{r} 15 + \\ 12 = \\ \hline 27 \end{array}$$

Le unità si devono scrivere sotto le unità

!!!!La regole del riporto!!!!

Esempio della complessità della procedura esecutiva della “x” con una o due cifre al moltiplicatore

43X2	<p>X non è +</p> <p>1° regola: “si inizia da dx.”</p> <p>2X3 (f.a.)</p> <p>2X2 (f.a.)</p>
73X26	<ul style="list-style-type: none">• X non è +• 1° regola: “si inizia da dx.”• 6X3 (f.a.)• Riporto (MdiL)• 6X7 (f.a.)• <u>Aggiungo</u> il riporto: nella moltiplicazione le operazioni di addizione si alternano con quelle di moltiplicazione• 2° regola: “metto il trattino”• 2X3 (f.a.)• 2X7 (f.a.)• Eseguo l’addizione utilizzando correttamente l’algoritmo



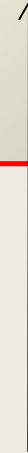
Presentare le procedure come strategie per eseguire i calcoli, mettendo l'accento e facendo sperimentare l'utilità della strategia.

Lente procedure di conteggio



Applicazione di regole in modo sempre più automatico

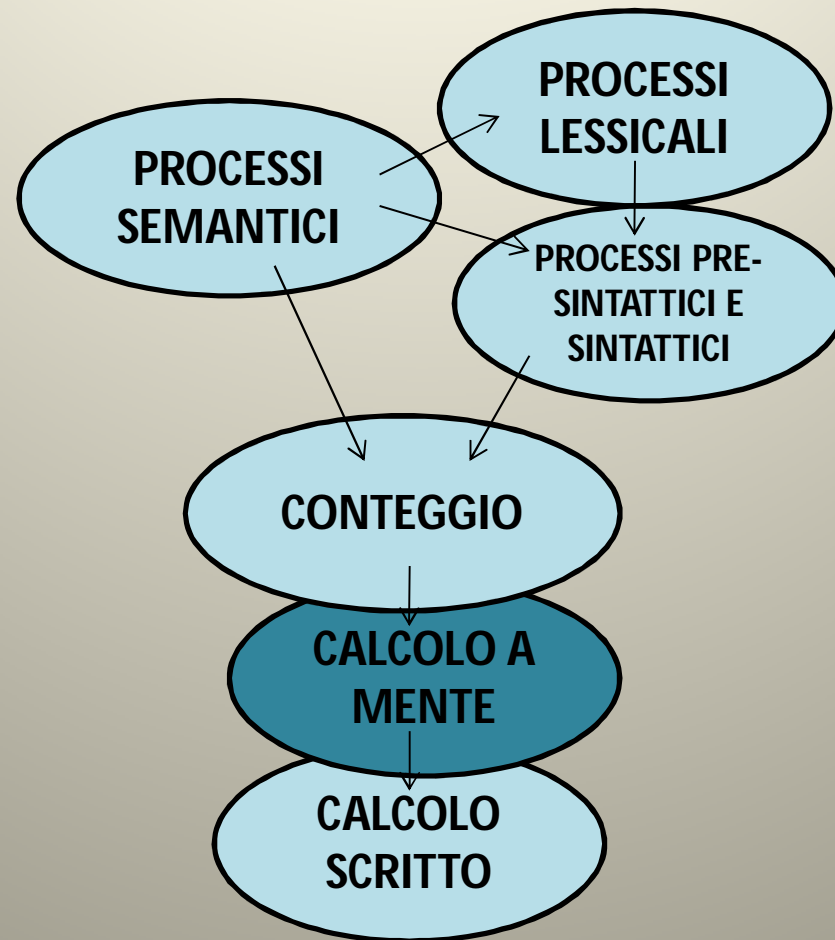
Esercizi ripetuti in modo sistematico



Il calcolo a mente

Come apprendono i bambini le strategie di calcolo a mente?





Le strategie impiegate dai bambini per svolgere calcoli a mente seguono un certo percorso evolutivo e rappresentano una tappa fondamentale per il corretto apprendimento delle strategie e procedure per il calcolo scritto.

Conteggio



Recupero dalla memoria del risultato.
Ad es. le tabelline

Strategie di composizione/scomposizione.
Ad es. $13+7 \rightarrow 7+3+10$